

کسرهای مساوی

به نام خدا

کسر مساوی یعنی چی؟؟ وقتی می‌گیم دو تا کسر مساوین ، یعنی چه خصوصیتی دارن؟

خب بهتره با یه مثال اینو یاد بگیریم

فکر کنید یک پیتزا داریم که شما نصفشو خوردین.. نصف یعنی چی؟؟ یعنی $\frac{1}{2}$

یعنی پیتزا رو دو تیکه برش زدیم و شما یه تیکه از اون رو خوردین

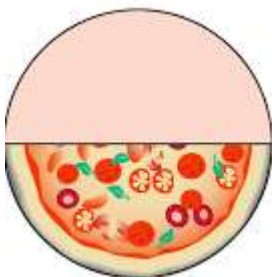
حالا فکر کنید این پیتزا رو چهار تیکه می‌کنیم و شما ۲ تیکه می‌خورین یعنی $\frac{2}{4}$

اگه ۶ تیکه بشه و شما ۳ تیکه اونو بخورین چی؟؟ همیشه $\frac{3}{6}$

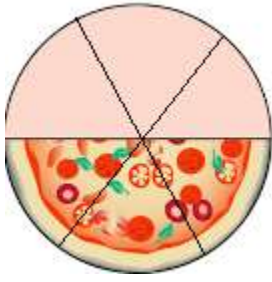
اگه ۸ تیکه بشه و شما ۴ تیکه بخورین؟ $\frac{4}{8}$

خب بیاین رو شکل نشون بدیم ببینیم تا حالا چه اتفاقی افتاده:

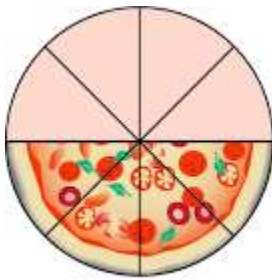
اینجا شما $\frac{1}{2}$ پیتزا رو خوردید:



در شکل زیر شما $\frac{3}{6}$ یه پیتزا رو خوردید:



و در شکل زیر $\frac{4}{8}$ یه پیتزا رو فورید:



پس می بینید با اینکه کسرها ظاهرشون با هم فرق داره، اما با توجه به شکل مقدارشون یکسانه..

پس فهمیدیم

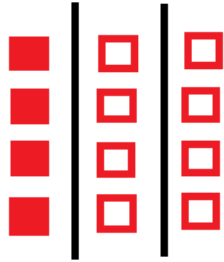
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

یه مثال دیگه

چه کسری از شکل زیر رنگ شده؟



گفتیم برای نوشتن کسر، تعداد کل شکلها رو مفرج می نویسیم و تعداد شکلهای رنگ شده رو صورت. پس در این شکل $\frac{4}{12}$ از شکل رنگ شده
 حالا شکل زیر رو ببینید:



اینجا شکل رو به ۳ ردیف تقسیم کردیم و یک ردیف از اون رو رنگ کردیم. یعنی ۱ قسمت از ۳ قسمت. بنابراین $\frac{1}{3}$ از شکل رنگی شده.

$$\frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad \text{اگه دقت کنید میبینید که دو شکل دقیقاً یکی هستن پس}$$

اما همیشه برای ما ممکن نیست که بفوایم این کسرها رو با شکل نشون بدیم. مخصوصاً اگه مفرج کسر بزرگ باشه. پس بطور کسره‌های مساوی بسازیم؟؟

برای ساختن کسره‌های مساوی صورت و مفرج کسر رو همزمان در یک عدد ضرب می‌کنیم. مثلاً هر دو همزمان در ۳ یا چهار.

مثال:

می‌فوایم کسره‌های مساوی با $\frac{2}{5}$ رو بسازیم:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

x2
→
x2

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 3} \frac{6}{15}$$

حالا یه وقتایی کسر به ما میدن و یه کسر دیگه که با اون مساویه... اما صورت یا مخرج کسر مساوی رو نمیدن و ما باید اونو پیدا کنیم..

مثلا :

$$\frac{3}{7} = \frac{21}{?}$$

اول باید ببینیم صورت هر دو کسر عدد داره یا مخرجشون

دو تا کسر بالا رو ببینید، صورت هر دو عدد داره یا مخرج هر دو؟ صورت هر دو

صورتهای هر دو کسر رو داریم ، یکی ۳ و یکی ۲۱

این دو تا عدد روبروی هم هستن. باید ببینیم ۳ بطوری به ۲۱ تبدیل شده؟

اگه عدد بزرگتر شده باشه یعنی ضرب باید انجام بدیم

اگه کوچکتر شده باشه تقسیم

خب ۳ تبدیل به ۲۱ شده یعنی بزرگتر شده یا کوچکتر؟ بزرگتر... پس ضرب شده..

۳ در چه عددی ضرب شده که بشه ۲۱؟ در ۷ ضرب شده

حالا مخرج رو هم در همون عدد ضرب می‌کنیم. اینجا مخرج رو هم در ۷ ضرب می‌کنیم که

میشه ۴۹

$$\frac{3 \times 7}{7 \times 7} = \frac{21}{49}$$

یه مثال دیگه

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

اینجا صورت هر دو کسر عدد داره یا مفرجهشون؟ مفرج هر دو کسر عدد داره

این دو تا عدد چیا هستن؟ ۵ و ۱۵

۱۵ برای اینکه به ۵ تبدیل بشه کم شده یا زیاد؟ کم شده

کم شده یعنی تقسیم شده.. ۱۵ تقسیم بر چه عددی میشه ۵؟ ۳

پس صورت هم تقسیم بر ۳ می‌کنیم. یعنی ۶ تقسیم بر ۳ میشه و برابر ۲ میشه.

یعنی داریم:

$$\frac{6 \div 3}{15 \div 3} = \frac{2}{3}$$

پس هم با استفاده از ضرب هم با استفاده از تقسیم می‌تونیم کسر مساوی بسازیم

مقایسه کسرها

فکر کنید ۱۰ تا شکلات داریم و شما ۴ تا بر میدارین..

پس $\frac{4}{10}$ شکلات ها رو شما برداشتن..

دوستتون هم ۵ شکلات بر میداره یعنی $\frac{5}{10}$

کدوم یک از شما شکلات بیشتری برداشته؟ دوستتون

چرا؟

چون کل شکلاتها ۱۰ تا بوده و دوستتون تعداد بیشتری برداشته

با این مثال می‌تونیم این نتیجه رو بگیریم:

اگه دو تا کسر مفرجهشون یکسان باشه، اون کسری بزرگتره که صورت بزرگتری داشته باشه

حالا اگه مفرج دو تا کسر مساوی نبود چطوری اونا رو با هم مقایسه کنیم؟

مثال دو کسر $\frac{5}{12}$ و $\frac{1}{3}$ را با هم مقایسه کنید:

برای مقایسه دو تا کسر، اولین قدم اینه که مفرجهها رو یکسان کنیم

در قسمت قبل مفرجهها یکسان بودن ولی اینجا مفرجهها با هم برابر نیستن، پس خودمون

باید اونا رو یکسان کنیم

برای این کار باید: مفرجه‌ی که کوچکتره رو به مفرجه‌ی که بزرگتره تبدیل کنیم چطور؟

با روش کسره‌های مساوی که بالا یاد گرفتیم:

کسری که مفرجهش کوچکتره کدومه؟ $\frac{1}{3}$

این کسر باید تبدیل بشه به یه کسر با مفرج ۱۲

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \text{ یعنی}$$

صورت کسر رو بطوری تعیین می‌کنیم؟ به همون روشی که در قسمت کسرهای مساوی توضیح دادیم.

۳ بطور به ۱۲ تبدیل شده؟ در ۴ ضرب شده

پس صورت یعنی عدد ۱ رو هم در ۴ ضرب می‌کنیم که میشه ۴

پس کسر $\frac{1}{3}$ مساوی میشه با $\frac{4}{12}$

حالا دو تا کسر داریم که مفرجه‌اشون مساوی هستن. $\frac{4}{12}$ و $\frac{5}{12}$

چون مفرجه‌ها یکسان هستن پس کسری بزرگتره که صورتش بزرگتره یعنی $\frac{5}{12}$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{?}{12}$$

$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} < \frac{5}{12}$$

جمع و تفریق کسرها

با مفرجه‌های متفاوت

تا حالا یاد گرفتیم که فقط کسرهایی رو می‌تونیم با هم جمع کنیم یا از هم کم کنیم که مفرجه‌شون مساوی باشه.

اگه جمع بود، مفرج مشترک رو می نویسیم و صورتها رو با هم جمع می کنیم و

اگه تفریق بود، مفرج مشترک رو می نویسیم و صورتها رو از هم کم می کنیم.

حالا اگه مفرجها متفاوت باشن چی؟

اگه مفرجها مساوی باشن ما باید با استفاده از کسرهای مساوی، مفرجها رو یکسان کنیم.

مثال زیر رو ببینید:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{12} =$$

اینجا مفرجها با هم متفاوت هستن، یکی ۱۲ هست و یکی ۳

اما ما می تونیم ۳ رو به ۱۲ تبدیل کنیم، چطوری؟ اونو در ۴ ضرب می کنیم

پس میایم یه کسر مساوی با $\frac{1}{3}$ می نویسیم که مفرجش ۱۲ باشه.

$$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{12}$$

۳ چطوری به ۱۲ تبدیل شده؟ در ۴ ضرب شده ... پس صورت رو هم در ۴ ضرب

می کنیم:

$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{\quad}{12}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

چون این دو تا کسر مساوی هستن، پس می تونیم به جای $\frac{1}{3}$ ، از کسر مساویش یعنی $\frac{4}{12}$

استفاده کنیم:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12}$$

ولی همیشه لازم نیست انقدر طولانی بنویسیم 😊

می‌تونیم اینطوری بگیم:

مفرج بزرگه چه عددیه؟ ۱۲

مفرج کوچیکه چه عددیه؟ ۳

آیا اگه مفرج کوچیکه رو در یه عدد ضرب کنیم مفرج بزرگه به دست میاد؟ بله در ۴

(یه ضرب قوب اینه که برای کلاس چهارم ، جواب این سوال همیشه بله میشه 😊)

پس اول مفرجها رو برای هر دو تا کسر می‌نویسیم:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{12} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} =$$

حالا ۳ رو در چه عددی ضرب کردیم؟ در ۴

پس صورت رو هم باید در ۴ ضرب کنیم.

$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} =$$

کسر دوام هم که خودش مفرجش ۱۲ هست پس نیاز نیست صورت و مفرجش رو تغییر

بدیم، بنابراین داریم:

$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} =$$

حالا ديگه کارمون راحت شد، مفرج ها با هم يکسانن. پس مفرج رو مي نويسيم و صورتها رو با هم جمع مي کنيم:

$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12}$$

به مثال ديگه:

$$\frac{3}{25} + \frac{2}{5}$$

مفرجهوا مساوي نيستن، مفرج کوچکتر ۵ هست و مفرج بزرگتر ۲۵
برای اينکه ۵ رو به ۲۵ تبديل کنيم، بايد در چند ضربش کنيم؟ در ۵
پس مفرجهوا رو ۲۵ ميگيريم:

$$\frac{3}{25} + \frac{2}{5} = \frac{3}{25} + \frac{2}{25}$$

کسر اول مفرجش ۲۵ هست، پس بدون تغيير مي نويسيمش:

$$\frac{3}{25} + \frac{2}{5} = \frac{3}{25} + \frac{3}{25}$$

کسر دوم که مفرجش ۵ بود بطور به ۲۵ تبديل شد؟ در ۵ ضرب شد، پس صورت رو هم در ۵ ضرب مي کنيم:

$$\frac{3}{25} + \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{3}{25} + \frac{2}{5}$$

حالا مفرجهای یکسان شدن، پس مخرج رو می نویسیم و صورتها رو با هم جمع می کنیم:

$$\frac{3}{25} + \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{3}{25} + \frac{10}{25} = \frac{13}{25}$$

ضرب عدد در کسر

قبل از اینکه ضرب عدد در کسر رو یاد بگیریم، یه مطلب رو براتون میگم

فرض کنید یه سبد داریم که توش سیبهای زرد و قرمز هست. مثلا ۳ تا سیب زرد و ۷ تا سیب قرمز

۳ تا سیب زرد رو می تونیم اینطوری نشون بدیم: سیب زرد $\times 3$

۷ تا سیب قرمز رو هم می تونیم اینطوری نشون بدیم: سیب قرمز $\times 5$

حالا بریم سراغ ضرب کسرها:

ضرب کسرها رو با ۳ روش یاد می گیریم:

با استفاده از شکل

یکی با استفاده از محور

بدون استفاده از شکل

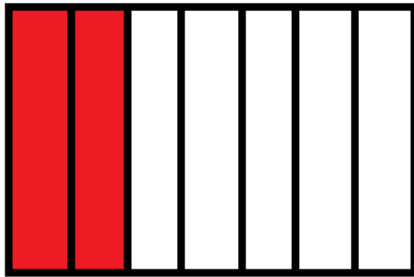
ضرب کسرها با استفاده
از شکل

فرض کنید که می‌خواهیم ضرب زیر رو انجام بدیم:

$$3 \times \frac{2}{7}$$

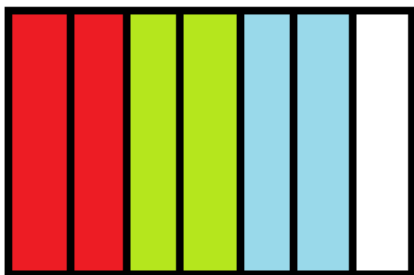
اول باید کسر $\frac{2}{7}$ رو با شکل نشون بدیم.

یه شکل می‌کشیم، اونو به ۷ قسمت تقسیم می‌کنیم و ۲ قسمتش رو رنگ می‌کنیم:



چه عددی در $\frac{2}{7}$ ضرب شده؟ ۳

پس باید سه تا $\frac{2}{7}$ داشته باشیم. سه تا $\frac{2}{7}$ باید داشته باشیم. با سه تا رنگ مختلف این ۳ تا رو نشون میدیم:



حالا این شکل چه کسری رو نشون میده؟ ۶ قسمت از ۷ قسمت رنگ شده پس این شکل کسر $\frac{6}{7}$ رو نشون میده.

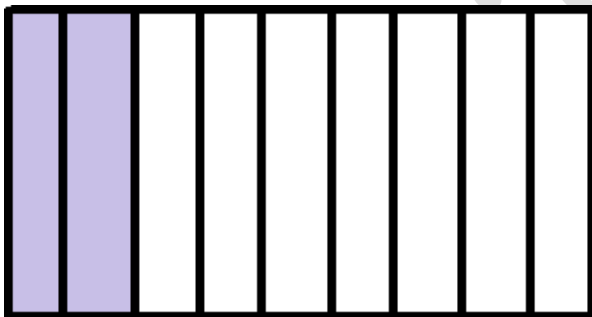
پس:

$$3 \times \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

حالا میفوییم ضرب زیر رو انجام بدیم:

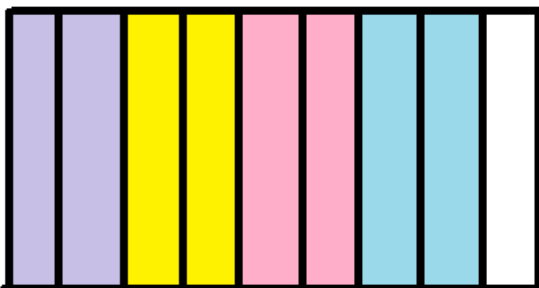
$$4 \times \frac{2}{9} =$$

اول باید کسر $\frac{2}{9}$ رو با شکل نشون بدیم، پس یه شکل می کشیم و اونرو به ۹ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و بعد ۲ قسمتش رو رنگ می کنیم.



حالا چند تا از این $\frac{2}{9}$ ها رو میفوییم؟ ۴ تا

پس ۴ تا $\frac{2}{9}$ با رنگهای مختلف می کشیم:



این شکل چه کسری رو نشون میده؟

۹ قسمت داریم که ۸ قسمتش رنگ شده پس کسری رو که شکل نشون میده $\frac{8}{9}$

بنابراین:

$$4 \times \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$$

ضرب عدد در کسر
بدون استفاده از شکل

حالا اگه بخوایم بدون استفاده از شکل، ضرب رو انجام بدیم باید چکار کنیم؟

مخرج رو بدون تغییر می نویسیم و عدد رو در صورت ضرب می کنیم. مثلاً:

$$5 \times \frac{2}{12} = \frac{10}{12}$$

دو تا سوال بالا رو بدون شکل حل می کنیم:

$$4 \times \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$$

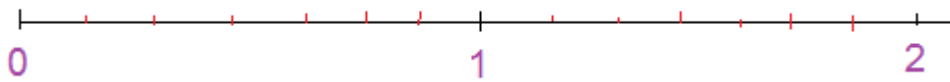
$$3 \times \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

پس برای ضرب عدد در کسر، تنها کاری که انجام میدیم اینه که عدد رو در صورت ضرب می کنیم.

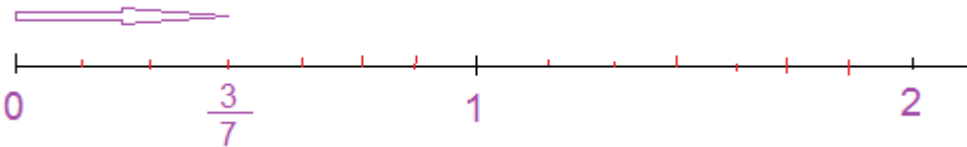
ضرب عدد در کسر با
استفاده از محور

فرض کنید می‌خواهیم جواب $3 \times \frac{3}{7}$ رو با استفاده از محور به دست بیاریم:

اول از همه به مفرج کسر نگاه می‌کنیم، مفرج عدد ۷ هست، پس باید بین هر دو عدد رو به ۷ قسمت مساوی تقسیم کنیم.

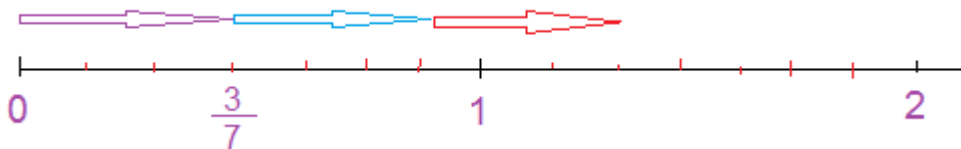


حالا $\frac{3}{7}$ رو پیدا می‌کنیم و یه کمان از ۰ تا $\frac{3}{7}$ می‌کشیم.



چه عددی در $\frac{3}{7}$ ضرب شده؟ ۳

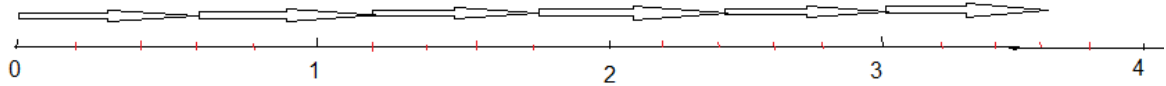
پس ما باید ۳ تا از این $\frac{3}{7}$ ها داشته باشیم، یکی داریم پس باید دو تای دیگه هم بکشیم:



حالا می‌شماریم ببینیم با این سه تا کمان، چند تا فونته کوچیک جلو رفتیم؟

۹ تا جلو رفتیم، پس کسری که بدست میاد $\frac{9}{7}$ هست، که کسر بزرگتر از واحد هم هست.

حالا میفوییم برعکس این کار رو انجام بدیم. یعنی یه محور داریم میفوییم بینیم چه ضربی رو نشون میده:



چند تا کمان داریم؟ ۶ تا. پس عددی که در کسر ضرب میشه ۶ هست.

حالا میفوییم بینیم کسرمون چیه؟

بین هر دو عدد به چند قسمت تقسیم شده؟ ۵ قسمت

پس مخرج کسر ۵ هست.

هر کمان چند قسمت کوچیک داره؟ ۳ قسمت

پس صورت کسر ۳ هست.

بنابراین کسر ما چی شد؟ $\frac{3}{5}$

پس ضربی که محور نشون میده $6 \times \frac{3}{5}$ هست. بنابراین:

$$6 \times \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$$

ساختن کسر واحد:

چطوری با ضرب عدد در کسر می‌تونیم کسر واحد بسازیم؟

فیلی راهته، فقط کافیه عددی رو در صورت ضرب کنیم، که وقتی ضرب شد، با عدد

مخرج برابر بشه.

مثلا:

$$() \times \frac{1}{5} = 1$$

صورت چه عددیه؟ ۱

مخرج چه عددیه؟ ۵

۱ رو در چند ضرب کنیم که بشه ۵؟ باید در ۵ ضرب کنیم. پس:

$$(5) \times \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

یه مثال دیگه:

$$4 \times \frac{1}{8} = 1$$

۴ رو باید در چه عددی ضرب کنیم که بشه ۸؟ در ۲ پس داریم:

$$4 \times \frac{2}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

ساختن کسر صفر:

بطوری می‌تونیم کسر صفر بسازیم؟

فقط کافیست که کاری کنیم که صورت کسر برابر صفر بشه. مثال زیر رو ببینید:

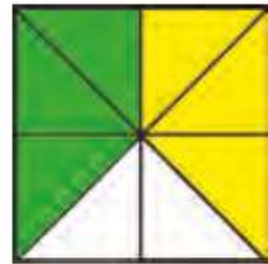
$$4 \times \frac{0}{5} = 0$$

توی مربع پی بذاریم که وقتی در ۴ ضرب میشه جواب صفر بشه؟ باید صفر بذاریم

$$4 \times \frac{0}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

تمرین صفحه ۴۱

۱- برای شکل های زیر ضرب بنویسید.



چند رنگ داریم؟ دو رنگ

هر رنگ چه کسری از شکل همیشه؟ $\frac{3}{8}$

پس ضرب همیشه

$$2 \times \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$$



چند رنگ داریم؟ چهار رنگ

هر رنگ چه کسری از شکل همیشه؟ $\frac{2}{9}$

پس ضرب همیشه

$$4 \times \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$$

ادامه تمرینها رو می تونید در "کانال فصولی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانالهای @RiaziBaHam و @RiaziBaHam4

برای دریافت جزوات سایر پایه ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.